

**تمرين 1:** لتكن  $f$  دالة عددية معرفة بما يلي:  $f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{x + 2}$

1. حدد  $D_f$  مجموعة تعريف الدالة  $f$
2. بين أن:  $\forall x \in D_f \quad f(x) = x - 1 + \frac{1}{x + 2}$
3. أحسب النهايات عند محددات  $D_f$
4. أدرس الفروع اللانهائية لمنحنى الدالة  $f$  (تحديد معادلة المقاربات و المقاربات المائلة ل  $C_f$ ).
5. بين أن النقطة  $\Omega(-2; -3)$  مركز تماثل منحنى الدالة  $f$ .
6. حدد الدالة المشتقة و ادرس إشارتها.
7. أعط جدول تغيرات  $f$  على  $D_f$ .
8. حدد إحداثيات نقط تقاطع مع محوري المعلم.
9. أعط معادلة المماس في النقطة ذات الأفصول صفر.
10. أنشئ المنحنى  $C_f$ .

**تمرين 2:** لتكن  $f$  و  $g$  دالتين معرفتين بما يلي:  $f(x) = \frac{x^2 - 6x + 1}{2x^2 - 12x}$

و  $g(x) = \frac{x^2 + 3x + 5}{x + 1}$  و  $C'$  و  $C$  منحنىي الدالتين  $f$  و  $g$  على التوالي في معلم متعامد.

1. بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذا المعادلة  $x = 3$  محور تماثل  $C$ .
2. بين لأن النقطة  $\Omega(-1; 1)$  مركز تماثل  $C'$ .

**تمرين 3:** لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة بما

يلي:  $f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 2}$

و  $C_f$  منحنىها في معلم متعامد  $(o; \vec{i}; \vec{j})$ .

1. حدد  $D$  مجموعة تعريف الدالة  $f$ , ثم نهاية  $f$  عند  $+\infty$ .
2. حدد  $\Delta$  المقارب المائل ل  $C_f$  بجوار  $+\infty$
3. أدرس قابلية اشتقاق الدالة  $f$  على اليمين في 2, و أعط تأويلا هندسيا لهذه النتيجة.
4. أحسب  $f'(x)$  لكل  $x$  من  $[2; +\infty[$ , ثم استنتج جدول تغيرات الدالة  $f$  على  $[2; +\infty[$ .

5. تحقق من أن:  $\forall x \in D: f(3-x) = f(x)$ , و أعط تأويلا هندسيا لهذه النتيجة.

**تمرين 4:** نعتبر الدالة  $f$  المعرفة كالتالي:  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x$

1. حدد  $D_f$  حيز تعريف الدالة  $f$
2. أدرس زوجية الدالة  $f$
3. أحسب نهايات الدالة  $f$  عند محددات  $D_f$

4. أحسب مشتقة الدالة  $f$  و أدرس إشارتها

5. حدد جدول تغيرات الدالة  $f$

6. حدد معادلة لمماس المنحنى  $(C_f)$  الممثل للدالة  $f$  في

النقطة  $A$  التي أفصولها  $x_0 = -1$

7. حدد نقط تقاطع المنحنى  $(C_f)$  الممثل للدالة مع محوري المعلم.

8. حدد مطاريف الدالة  $f$  اذا وجدت

9. أرسم المنحنى  $(C_f)$  الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم

**تمرين 5:** نعتبر الدالة  $f$  المعرفة كالتالي:

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$$

ليكن  $(C_f)$  الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم  $(o; \vec{i}; \vec{j})$

1. أحسب نهايات التالية:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2. حدد الفرعين اللانهائين للمنحنى  $(C_f)$  الممثل للدالة  $f$

3. أحسب مشتقة الدالة  $f$  و أدرس إشارتها

4. ضع جدول تغيرات الدالة  $f$ .

5. بين أن  $\Omega(1; -1)$  نقطة انعطاف للمنحنى  $(C_f)$ .

6. حدد معادلة للمماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_f)$  في النقطة  $\Omega$

7. أنشئ  $(C_f)$  و  $(T)$ .

**تمرين 6:** نعتبر الدالة العددية  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة

كالتالي:  $f(x) = \sin x$  بين أن المستقيم

ذا المعادلة  $x = \frac{\pi}{2}$  محور تماثل للمنحنى  $(C_f)$  الممثل للدالة  $f$

**تمرين 7:** نعتبر الدالة العددية  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة كالتالي:

$$f(x) = \frac{2x^2 - 3x + 3}{2x - 1}$$

بين أن النقطة  $I\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$  مركز تماثل للمنحنى  $(C_f)$  الممثل للدالة  $f$ .

**تمرين 4** نعتبر الدالة العددية  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة كالتالي :

$$f(x) = x - 1 + \frac{1}{x-2}$$

ليكن  $(C_f)$  الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم  $(o, \vec{i}, \vec{j})$

a. حدد  $D_f$  حيز تعريف الدالة  $f$

حدد  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

b. حدد  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$  وأول النتيجةين هندسيا

2. بين أن:  $\forall x \in D_f \quad f'(x) = \frac{(x-1)(x-3)}{(x-2)^2}$

3. أدرس تغيرات الدالة  $f$  و حدد جدول تغيرات الدالة  $f$

4. بين أن المنحني  $(C_f)$  الممثل للدالة  $f$  يقبل مقاربا مانلا بجوار  $+\infty$  و  $-\infty$  وحدده.

5. حدد معادلة لمماس المنحني  $(C_f)$  الممثل للدالة  $f$  عند النقطة التي أفصولها  $x_0 = 0$

6. بين أن النقطة  $A(2;1)$  مركز تماثل للمنحني  $(C_f)$

7. أنشئ  $(C_f)$

**تمرين 5** نعتبر الدالة العددية  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة كالتالي :

$$f(x) = 2 - \sqrt{x+1}$$

1. حدد  $D_f$  حيز تعريف الدالة  $f$

2. أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

3. أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$  ثم أول مبيانيا النتيجة المحصل عليها

**تمرين 6** نعتبر الدالة العددية  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كالتالي :

$$f(x) = x^3 - 2x^2$$

1. حدد  $D_f$  حيز تعريف الدالة  $f$

2. أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

3. أدرس الفرع اللانهائي لمنحني الدالة  $f$  بجوار  $-\infty$

**تمرين 7** نعتبر الدالة العددية  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة على  $\mathbb{R}^+$  كالتالي :

$$f(x) = \sqrt{x} - x$$

1. حدد  $D_f$  حيز تعريف الدالة  $f$

2. أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

3. حدد طبيعة الفرع اللانهائي لمنحني الدالة  $f$

**تمرين 8** نعتبر الدالة العددية  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كالتالي :

$$f(x) = \frac{1}{12}x^4 - 2x^2 + x + \frac{2}{3}$$

1. أحسب  $f''(x)$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$

2. أدرس تقعر لمنحني  $(C_f)$  الممثل للدالة  $f$  مع تحديد نقطتي انعطافه

**تمرين 1** نعتبر الدالة  $f$  المعرفة كالتالي :  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$

1. أحسب نهايات التالية:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2. أحسب مشتقة الدالة  $f$  و أدرس إشارتها

3. حدد جدول تغيرات الدالة  $f$

4. بين أن المنحني  $(C_f)$  الممثل للدالة  $f$  يقبل فرعا شلجميا اتجاهه

محور الأرتايب بجوار  $+\infty$  و  $-\infty$

5. أحسب  $f''(x)$  و أدرس تقعر لمنحني  $(C_f)$  الممثل للدالة  $f$

6. مع تحديد نقطتي انعطافه.

7. حدد معادلة لمماس المنحني  $(C_f)$  الممثل للدالة  $f$  في نقطة

انعطافه  $A$

8. بين أن النقطة  $A$  مركز تماثل للمنحني  $(C_f)$  الممثل للدالة  $f$

9. أرسم المنحني  $(C_f)$  الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد

**تمرين 2** نعتبر الدالة العددية  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة كالتالي :

$$f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x - 2}$$

1. حدد  $D_f$  حيز تعريف الدالة  $f$

2. حدد الأعداد الحقيقية  $a$  و  $b$  و  $c$  بحيث يكون لدينا :

$$\forall x \in D_f : f(x) = ax + b + \frac{c}{x-2}$$

3. أحسب نهايات الدالة  $f$  عند محداث  $D_f$

4. بين أن المنحني  $(C_f)$  الممثل للدالة  $f$  يقبل مقاربا مانلا بجوار

$+\infty$

5. أحسب مشتقة الدالة  $f$  و أدرس إشارتها

6. حدد جدول تغيرات الدالة  $f$

7. بين أن المنحني  $(C_g)$  الممثل للدالة  $g$  المعرفة كالتالي :

$$g(x) = \frac{x^2 + 2x + 3}{x^2 + 1}$$

**تمرين 3** نعتبر الدالة العددية  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة كالتالي :

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x + 6}{x - 2}$$

1. حدد  $D_f$  حيز تعريف الدالة  $f$

2. حدد الأعداد الحقيقية  $a$  و  $b$  و  $c$  بحيث يكون لدينا :

$$\forall x \in D_f : f(x) = ax + b + \frac{c}{x-2}$$

3. أحسب نهايات الدالة  $f$  عند محداث  $D_f$

4.

a. أحسب مشتقة الدالة  $f$  و أدرس إشارتها

b. حدد جدول تغيرات الدالة  $f$

5. ليكن  $(C_f)$  الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم  $(o, \vec{i}, \vec{j})$

6. أدرس الفروع اللانهائية للمنحني  $(C_f)$

7. أنشئ  $(C_f)$

تمرين 16 نعتبر الدالة العددية  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة كالتالي :

$$f(x) = \frac{3x^2 - 4x}{x^2 - 2x + 1}$$

1. حدد  $D_f$  حيز تعريف الدالة  $f$
2. أحسب نهايات الدالة  $f$  عند محددات  $D_f$
3. أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى  $(C_f)$  الممثل للدالة  $f$ .
4. بين أن :  $\forall x \in D_f \quad f'(x) = \frac{-2(x-1)(x-2)}{(x^2 - 2x + 1)^2}$
5. حدد جدول تغيرات الدالة  $f$
6. بين أن :  $\mathbb{R} \quad f''(x) = \frac{2(2x-5)}{(x-1)^4}$
7. أدرس تعقر المنحنى  $(C_f)$  الممثل للدالة  $f$  مع تحديد نقط انعطافه.

8. حدد نقط تقاطع المنحنى  $(C_f)$  الممثل للدالة مع محوري المعلم.
  9. أرسم المنحنى  $(C_f)$  الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم
- تمرين 17 نعتبر الدالة العددية  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة كالتالي :

$$f(x) = x + 1 - \sqrt{x^2 - x - 2}$$

- ليكن  $(C_f)$  الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم  $(o, \vec{i}, \vec{j})$
1. حدد  $D_f$  حيز تعريف الدالة  $f$
  - a. حدد  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و ثم بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{3}{2}$
  2. أدرس قابلية اشتقاق الدالة  $f$  على اليمين في  $x_0 = 2$  وعلى اليسار في  $x_0 = -1$  ثم أول النتيجتين هندسيا
  3. أحسب مشتقة الدالة  $f$  و بين أن :  $f'(x) > 0$  لكل  $x \in ]-\infty, -1[$  وأن  $f'(x) < 0$  لكل  $x \in ]2, +\infty[$
  4. حدد جدول تغيرات الدالة  $f$
  5. أنشئ  $(C_f)$

تمرين 18 نعتبر الدالة العددية  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة كالتالي :

$$f(x) = \frac{x^2 - 2|x| - 3}{x + 1}$$

- ليكن  $(C_f)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم  $(o, \vec{i}, \vec{j})$
1. حدد  $D_f$  حيز تعريف الدالة  $f$
  2. أكتب  $f(x)$  دون استعمال رمز القيمة المطلقة.
  3. أحسب نهايات الدالة  $f$  عند محددات  $D_f$ .
  4. أدرس قابلية اشتقاق الدالة  $f$  عند  $x_0 = 0$  و أول النتيجة المحصل عليها هندسيا.
  5. أحسب  $\forall x \in D_f - \{0\} \quad f'(x)$
  6. حدد جدول تغيرات الدالة  $f$

7. أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى  $(C_f)$ .

8. حدد نقط تقاطع المنحنى  $(C_f)$  مع محوري المعلم.

9. أرسم المنحنى  $(C_f)$  في المعلم  $(o, \vec{i}, \vec{j})$ .

تمرين 19

نعتبر الدالة العددية  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة كالتالي

$$f(x) = \frac{(x-1)^3}{(x-2)^2}$$

ليكن  $(C_f)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم  $(o, \vec{i}, \vec{j})$

1. حدد  $D_f$  حيز تعريف الدالة  $f$
2. أحسب نهايات الدالة  $f$  عند محددات  $D_f$ .
3. بين أن :  $f(x) = x + 1 + \frac{3x-5}{(x-2)^2}$  و استنتج معادلة المقارب المائل  $(D)$  للمنحنى بجوار  $+\infty$  و  $-\infty$
4. أدرس الوضعية النسبية للمنحنى  $(C_f)$  بالنسبة للمقارب المائل  $(D)$ .

$$\forall x \in D_f \quad f'(x) = \frac{(x-1)^2(x-4)}{(x-2)^3}$$

6. حدد جدول تغيرات الدالة  $f$

7. أحسب  $f''(x)$  و استنتج إحداثيات نقطة انعطاف المنحنى  $(C_f)$ .

8. حدد نقط تقاطع المنحنى  $(C_f)$  مع محوري المعلم.

9. أرسم المنحنى  $(C_f)$  في المعلم  $(o, \vec{i}, \vec{j})$ .

10. حل ميانيا المتراجحة :  $f(x) \leq 0$ .

تمرين 20 نعتبر الدالة العددية  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة كالتالي:

$$f(x) = \frac{x^3 + x^2 + 2x + 3}{(x+1)^2}$$

ليكن  $(C_f)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم  $(o, \vec{i}, \vec{j})$  بحيث :  $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1cm$

1. حدد  $D_f$  حيز تعريف الدالة  $f$
2. أحسب نهايات الدالة  $f$  عند محددات  $D_f$
3. بين أن :  $\forall x \in D_f \quad f'(x) = \frac{(x-1)(x+1)(x+2)^2}{(x+1)^4}$
4. حدد جدول تغيرات الدالة  $f$
5. بين أن :  $\forall x \in D_f \quad f(x) = x - 1 + \frac{3x+4}{(x+1)^2}$
6. استنتج معادلة المقارب المائل  $(D)$  للمنحنى بجوار  $+\infty$  و  $-\infty$